

COMPORTAMIENTO DINÁMICO NO-LINEAL DE UNA TURBINA EÓLICA SOMETIDA A CARGAS AERODINÁMICAS

Jorge Muract^a, Sergio Preidikman^{a,b,c} y Julio Massa^{a,b}

^a *Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, jmuract@efn.uncor.edu, <http://www.efn.uncor.edu>*

^b *Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina, spreidikman@ing.unrc.edu.ar, <http://www.ing.unrc.edu.ar>*

^c *CONICET - Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, Buenos Aires, Argentina, spreidik@umd.edu, <http://www.conicet.gov.ar>*

Palabras clave: Energía eólica, Aerogeneradores, Turbinas Eólicas, Aerodinámica, Simulaciones Numéricas.

Resumen. En este trabajo se presenta el desarrollo de simulaciones numéricas que permiten estudiar los aspectos que caracterizan la respuesta dinámica no-lineal de la estructura de una turbina eólica de eje horizontal sometida a la acción de las cargas aerodinámicas que actúan sobre el rotor.

En la primera parte se derivan las ecuaciones de movimiento usando las ecuaciones de Lagrange, considerando restricciones del tipo no-holonómicas que son tenidas en cuenta a través de multiplicadores de Lagrange. El modelo numérico incluye: (i) las palas que conforman el rotor de la turbina eólica, (ii) la barquilla, y (iii) la torre o estructura portante. Se considera a las palas como un conjunto de múltiples cuerpos rígidos conectados perfectamente entre sí en el cubo o nariz del rotor. La barquilla y la torre se modelan como cuerpos con parámetros concentrados, incluyéndose la inercia rotacional de estos dos componentes.

Las cargas aerodinámicas provenientes de la acción del viento sobre las palas que conforman el rotor se modelan como una carga distribuida de forma invariante y de una magnitud que depende de la posición de cada una de las palas. Los factores que gobiernan el cambio en magnitud de las cargas aerodinámicas son: (i) la velocidad de rotación del rotor y (ii) la variación de la velocidad del viento en altura por efecto de la rugosidad del terreno (presencia de la capa límite terrestre). Además de las cargas aerodinámicas, se consideran las cargas provenientes del amortiguamiento electromagnético, y de un momento de control proveniente del generador eléctrico. Este último es comúnmente utilizado como parámetro de control de la velocidad de rotación del rotor.

1 INTRODUCCIÓN

Una parte significativa de la población rural de Sudamérica no dispone ni dispondrá, en un corto plazo, de energía eléctrica. Esto se debe a la baja rentabilidad que poseen los sistemas de distribución convencionales en regiones de escasa densidad poblacional, de difícil acceso debido a las grandes distancias o accidentes geográficos, y a los bajos consumos de electricidad en las viviendas rurales. Una solución a este problema, en zonas donde se dispone de vientos regulares, es la utilización de aerogeneradores (IMPSA WIND, 1998; González, 2005). Esto ha fomentado la investigación y desarrollo de nuevas tecnologías destinadas a mejorar la calidad de los mismos y hacerlos económicamente competitivos como fuente de energía alternativa.

El presente trabajo es parte un proyecto que se está desarrollando en forma conjunto por varias universidades del país y del extranjero, partiendo de una propuesta innovadora (Gebhardt et al, 2009a; Preidikman et al, 2010) orientada al desarrollo de modelos, técnicas y herramientas computacionales que permitan estudiar a los aerogeneradores de manera integral, considerando la interacción entre el aire, el rotor, la estructura portante y los aspectos que caracterizan la respuesta dinámica no-lineal de un aerogenerador a cargas de origen aerodinámico, como un único sistema dinámico.

La estrategia para abordar el problema contempla elegir y desarrollar un modelo aerodinámico inestacionario y no-lineal (Gebhardt et al, 2009b), un modelo estructural híbrido multicuerpo (Muract et al., 2001; Gebhardt et al, 2010), un sistema de control que permita optimizar la extracción de energía o que suprima las respuestas indeseadas, y un esquema de interacción que permita acoplar de manera fuerte todos los modelos propuestos, y finalmente integrar las ecuaciones gobernantes en el dominio del tiempo.

2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ESTUDIADO

En la Figura 1 se esquematizan las partes del aerogenerador y se especifican algunas hipótesis bajo las cuales se modeló el sistema en estudio.

El rotor está formado por tres palas perfectamente unidas entre sí a través del cubo o nariz del rotor. Las palas se consideran como un conjunto de múltiples cuerpos rígidos y tienen, en general, diferente envergadura, cuerda, momentos de inercia y masa, que son causadas por defectos de fabricación y/o montaje, o por la ruptura repentina de una de las palas cuando el aerogenerador se encuentra en marcha.

La barquilla contiene el generador eléctrico, el sistema de frenado, el sistema de control y la caja multiplicadora de velocidades. La barquilla es el nexo estructural entre la torre y el rotor. A este conjunto de múltiples elementos se lo representa por medio de parámetros concentrados teniéndose en cuenta la inercia rotacional del mismo con respecto al eje del rotor. En cuanto al sistema de frenado se modela por medio de un amortiguador, el cual actúa entre el eje del rotor y la barquilla. El sistema de control se tiene en cuenta a través de un momento de control que actúa entre el eje del rotor y la barquilla. La respuesta del sistema de control frente a las cargas de origen aerodinámicas no se tiene en cuenta en este modelo numérico. Como trabajo futuro está previsto crear un modelo integral que relacione el sistema de control, con el modelo estructural aquí presentado y las cargas aerodinámicas.

La torre es una estructura reticular de 20 metros de altura, empotrada en la base y sujeta por medio de cables pretensados. Debido a que los cables están sometidos a una alta pretensión y la torre no es de una altura significativa, se supone que los cables trabajan en su periodo lineal. Las cargas debidas a la acción del viento sobre los cables y la torre no son tenidas en cuenta en este trabajo (Buchholdt et al., 1986; Peil et al., 1996; McCaffrey y Hartmann, 1972). La matriz de rigidez del sistema estructural se determinó con el programa SAP 2000 y condensa la rigidez en el eje del rotor o centro de la barquilla, según se indica en la Figura 1.

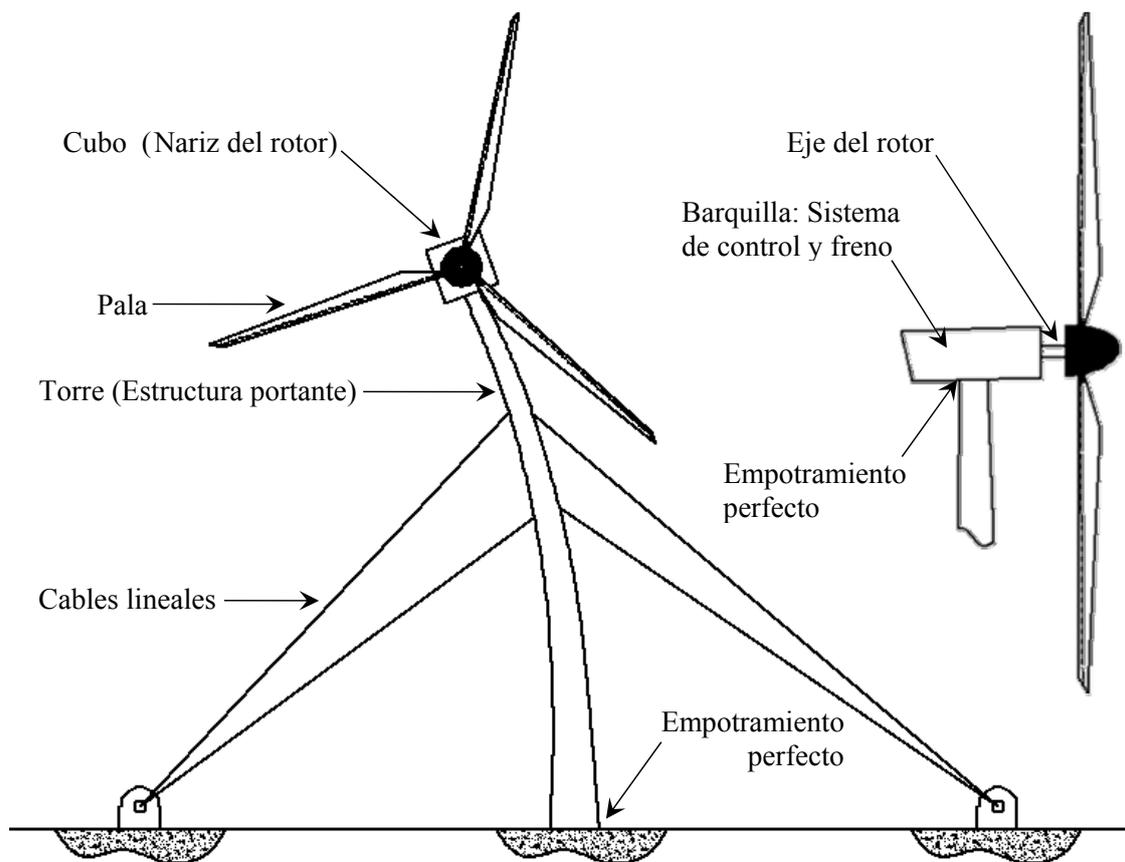


Figura 1: Esquema mostrando las componentes del sistema estudiado.

Las cargas aerodinámicas provenientes de la acción del viento sobre el rotor se modelan como una carga distribuida de forma invariante y de una magnitud que depende de la posición de cada una de las palas. La forma de esta carga se obtiene ajustando una curva entre puntos obtenidos experimentalmente. Los factores que gobiernan el cambio en magnitud de las cargas aerodinámicas son, la velocidad de rotación del rotor y la variación de la velocidad del viento en altura por efecto de la rugosidad del terreno. La acción del viento sobre la torre y la barquilla no es tenida en cuenta, asimismo se ignora la interacción aerodinámica entre estos dos elementos y las palas. Los vórtices generados por las diferentes palas no son incluidos (Wilson, 1980).

Las ecuaciones de movimiento se obtienen a través de las ecuaciones de Lagrange. Este método permite tratar en forma más sencilla las diferentes expresiones que describen el comportamiento del modelo estructural de un aerogenerador. Para un estudio detallado del modelo estructural del aerogenerador se impone una serie de restricciones no-holónicas que son introducidas por medio de multiplicadores de Lagrange. Este método permite predecir comportamientos de diferentes grados de libertad con el fin de disminuir tiempos de simulaciones (Garrad y Quarton, 1986).

Las ecuaciones de movimiento del sistema se integran en el dominio del tiempo de manera interactiva mediante un integrador desarrollado por Preidikman y Mook (2000). Este integrador numérico posee, entre otras características, la propiedad de no introducir amortiguamiento de origen numérico. Además, con el fin de corroborar que las soluciones no dependen del método de integración utilizado, se realizan otras simulaciones utilizando el integrador numérico Runge Kutta de 4to orden (Gupta, 1986).

3 ECUACIONES DE MOVIMIENTO

3.1 Generalidades

Para derivar las ecuaciones de movimiento se utilizan las Ecuaciones de Lagrange. Este método requiere las expresiones de las diferentes energías presentes en el sistema dinámico: energía cinética T , energía potencial V , y la función de disipación Rayleigh F . Por otro lado, es necesario calcular las expresiones de las diferentes cargas generalizadas Q_j , provenientes de las fuerzas externas no conservativas excepto las de origen viscoso.

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right] - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_j} = Q_j, \quad j = 1, 2, 3, 4. \quad (1)$$

donde q_j denota la coordenada generalizada 'j'.

3.2 Modelado del sistema

En este trabajo se utiliza un modelo muy simplificado que sólo posee cuatro grados de libertad: el desplazamiento lateral de la barquilla X , el desplazamiento vertical Y , el giro θ del rotor con respecto a la barquilla, y giro de la barquilla α con respecto a una horizontal causado por la flexión de la torre portante. En la Figura 2 se esquematiza el modelo y los sistemas de referencia.

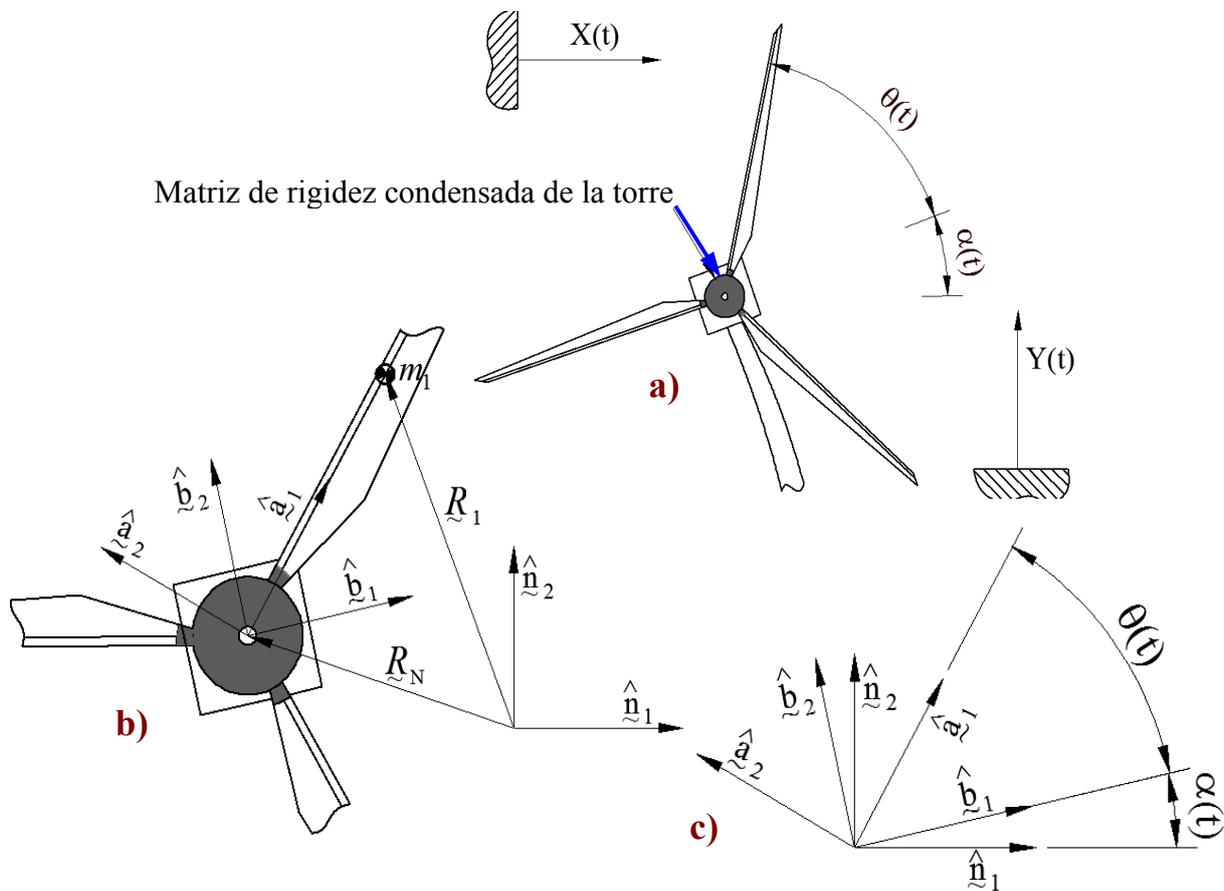


Figura 2: (a) Modelo estructural de la turbina eólica. (b) y (c) Sistemas de referencia.

3.3 Cálculo de la energía cinética del sistema

El rotor está formado por tres palas perfectamente unidas entre sí a través del cubo del rotor. Las palas se consideran como un conjunto de cuerpos rígidos los cuales poseen diferente envergadura (L_i), cuerda (c_i), masa (m_i), distancia desde el eje del rotor al centro de masa de la pala (r_i) e inercia másica rotacional respecto del eje del rotor ($I_i = m_i r_i^2$) que son causadas por defectos de fabricación, por mal montaje o por la ruptura repentina de una de las palas cuando el aerogenerador se encuentra en marcha. Por este motivo, la energía cinética y potencial que aporta cada una de las palas es diferente. M y J indican respectivamente la masa y el momento de inercia másico de la barquilla. La energía cinética de los elementos del modelo resulta:

$$\begin{aligned}
 T_{Pala1} &= \frac{1}{2} m_1 (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} I_1 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + m_1 [r_1 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})] (\dot{Y} \cos \phi_1 - \dot{X} \sin \phi_1) \\
 T_{Pala2} &= \frac{1}{2} m_1 (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} I_2 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + m_2 [r_2 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})] (\dot{Y} \cos \phi_2 - \dot{X} \sin \phi_2) \\
 T_{Pala3} &= \frac{1}{2} m_3 (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} I_3 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + m_3 [r_3 (\dot{\theta} + \dot{\alpha})] (\dot{Y} \cos \phi_3 - \dot{X} \sin \phi_3) \\
 T_{Barquilla} &= \frac{1}{2} M (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} J \dot{\alpha}^2
 \end{aligned} \tag{2}$$

donde las posiciones de las palas están dadas por los ángulos ϕ_i que varían en el tiempo:

$$\phi_1 = \theta + \alpha, \quad \phi_2 = \theta + \alpha + 2\pi/3, \quad \phi_3 = \theta + \alpha + 4\pi/3 \tag{3}$$

La energía cinética total del sistema se obtiene sumando las contribuciones de los elementos:

$$T = T_{Pala1} + T_{Pala2} + T_{Pala3} + T_{Barquilla} \tag{4}$$

3.4 Cálculo de la energía potencial del sistema

La energía potencial gravitatoria del sistema, V_g , esta dada por la siguiente expresión:

$$V_g = [Y(M + m_1 + m_2 + m_3) + m_1 r_1 \sin \phi_1 + m_2 r_2 \sin \phi_2 + m_3 r_3 \sin \phi_3] g \tag{5}$$

donde g es la aceleración de la gravedad. Como se mencionó anteriormente, la torre se modela como un cuerpo flexible con parámetros concentrados con tres grados de libertad (X, Y, α) asociados al extremo superior de la torre portante. Las palas no contribuyen a la energía potencial elástica V_e del sistema porque su centro de gravedad coincide con el eje del rotor; mientras que la contribución de la elasticidad de la torre está dada por:

$$V_e = \frac{1}{2} \{ X \ Y \ \alpha \} \underbrace{\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de Rigidez de la torre}} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ \alpha \end{Bmatrix} \tag{6}$$

Para el cálculo de la matriz de rigidez se armó un modelo estructural de la torre con el programa comercial SAP2000. Este reticulado de acero, empotrado perfectamente sobre una base de cemento y soportada por medio de cables, posee tres grados de libertad: X, Y y α . Se considera a los cables trabajando en su periodo lineal. Los desplazamientos y giros de la torre son muy pequeños, por ende el modelo propuesto se ajusta muy bien a un modelo lineal. La ventaja del modelo lineal es la simetría de la matriz de rigidez la cual simplifica los cálculos.

3.5 Cálculo de las cargas aerodinámicas

Las cargas aerodinámicas provenientes de la acción del viento sobre el rotor se modelan como una carga distribuida de forma invariante y de una magnitud que depende de la posición de cada una de las palas. En la Figura 3a se esquematiza el perfil de viento actuante sobre el aerogenerador V_z que es variable en altura, en la Figura 3b se muestran los sistemas de referencia utilizados para definir las cargas distribuidas $F_1(\eta_1, t)$, $F_2(\eta_2, t)$ y $F_3(\eta_3, t)$ sobre las palas mientras que en la Figura 3c se indica la coordenada z en altura de un punto genérico P de una pala que forma un ángulo ϕ respecto de la línea horizontal a la altura del rotor.

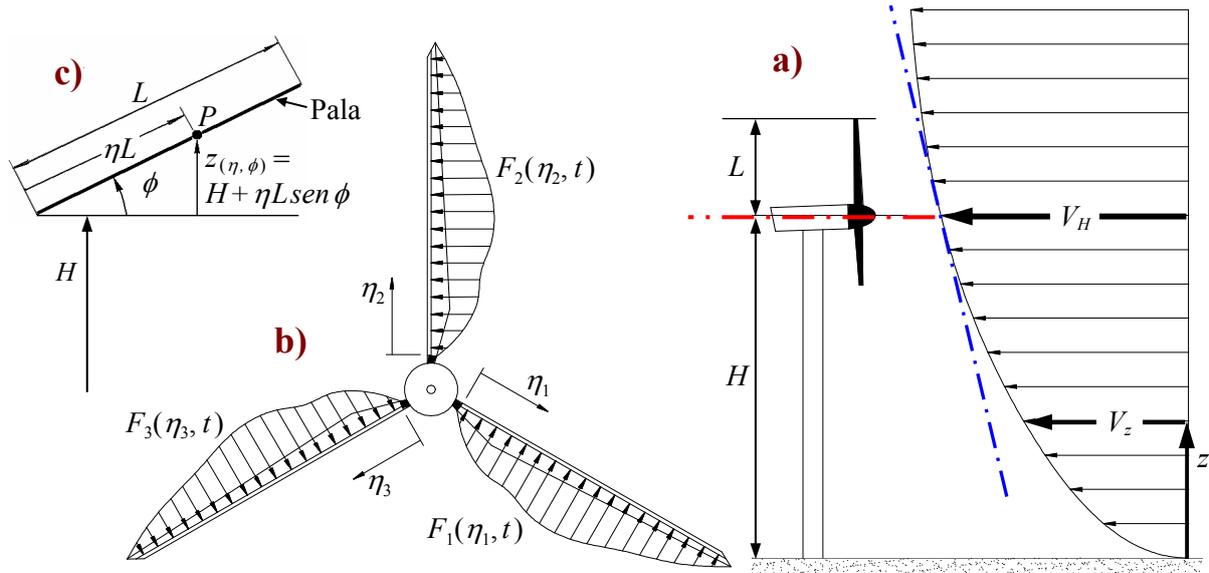


Figura 3: Modelo de las cargas aerodinámicas.

La forma de la carga distribuida sobre la envergadura de las palas se obtiene ajustando una curva entre puntos obtenidos experimentalmente para el coeficiente de sustentación C_l . Los datos experimentales y la curva que ajusta estos datos, se muestran en la Figura 4. La expresión resultante de este ajuste es la siguiente.

$$C_l(\eta) = \frac{a + c\eta + e\eta^2}{1 + b\eta + d\eta^2} \quad (7)$$

donde:

$$a = 0,0007787, \quad b = 14,044712, \quad c = 2,7391, \quad d = -15,011829, \quad e = -2,7398852$$

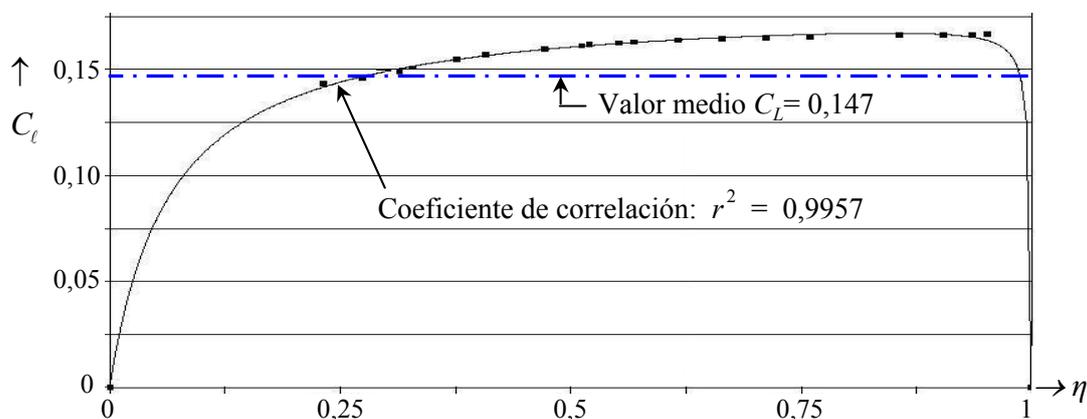
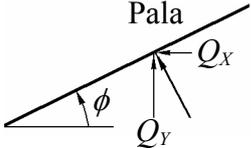


Figura 4: Datos obtenidos experimentalmente de la carga aerodinámica sobre el perfil.

La acción del viento sobre la torre y la barquilla no es tenida en cuenta y también se ignora la interacción aerodinámica entre estos dos elementos y las palas. Los vórtices generados por las diferentes palas no son incluidos (Wilson, 1980). Por lo tanto los factores que gobiernan el cambio en magnitud de las cargas aerodinámicas son (i) la velocidad de rotación del rotor ($\dot{\theta} + \dot{\alpha}$), (ii) la variación de la velocidad del viento por efecto de la rugosidad del terreno (V_z), (iii) la densidad promedio del aire (ρ), (iv) la cuerda de las palas (c), (v) el largo de las palas (L) y (vi) la distribución de la sustentación (C_l). Las expresiones de las cargas generalizadas se obtiene sumando la contribución de las tres palas ubicadas cada 120° (ecuación 3):



$$\begin{cases} Q_x = -\sum_1^3 q_i L_i C_{L_i} \Omega_i \text{sen } \phi_i & Q_\alpha = \sum_1^3 q_i L_i C_{M_i} \Omega_i \\ Q_y = \sum_1^3 q_i L_i C_{L_i} \Omega_i \text{cos } \phi_i & Q_\theta = \sum_1^3 q_i L_i C_{M_i} \Omega_i - M_c \end{cases} \quad (8)$$

donde M_c es el momento de control proveniente del generador eléctrico utilizado para controlar la velocidad de rotación del rotor. C_L , C_M y Ω son factores de forma de las cargas aerodinámicas que se obtienen por integración a lo largo de las palas (variable η). Para cada pala se tiene:

$$q = \frac{1}{2} \rho c V_H^2, \quad C_L = \int_0^1 C_\ell d\eta, \quad C_M = \int_0^1 \eta C_\ell d\eta \quad (9)$$

donde V_H es la velocidad del viento a la altura del rotor que se toma como referencia y C_ℓ esta definido en (7). El factor Ω proviene de tener en cuenta el perfil de velocidad del viento variable en altura (ver Figura3a):

$$\Omega = \int_0^1 (V_z / V_H)^2 d\eta \quad (10)$$

Como el objetivo de este trabajo es mostrar que la variación en altura de la velocidad del viento introduce no linealidades en la respuesta se harán una serie de simplificaciones en el cálculo de las cargas aerodinámicas. Asumiendo que el largo de las palas L es bastante menor que la altura de la torre H , podemos aproximar el perfil del viento en altura por una recta tangente en la altura correspondiente al rotor (ver Figura 3a):

$$L \ll H \quad V_z \cong V_H \left[1 + \varepsilon \frac{2(z-H)}{L} \right] \quad \text{siendo: } \varepsilon \ll 1 \quad (11)$$

Cuando una pala está inclinada un ángulo ϕ respecto a la horizontal como se indica en la Figura 3c, la altura de un punto P definido por la coordenada η resulta:

$$z_{(\eta,\phi)} = H + \eta L \text{sen } \phi \quad \rightarrow \quad V_z = V_H (1 + 2\varepsilon \eta \text{sen } \phi) \quad (12)$$

Introduciendo la velocidad dada en (12) en la integral (10) se tiene:

$$\Omega = \int_0^1 (1 + 2\varepsilon \eta \text{sen } \phi)^2 d\eta = 1 + 2\varepsilon \text{sen } \phi + \frac{4}{3} \varepsilon^2 \text{sen}^2 \phi \quad (13)$$

Dado que ε es pequeño comparado con la unidad, el trinomio que figura en (13) se puede aproximar por un cuadrado perfecto y se tiene:

$$\Omega \cong (1 + \varepsilon \text{sen } \phi)^2 \quad (14)$$

A los fines de simplificar aún más el modelo se asume que todas las palas tienen la misma envergadura L y se utiliza la aproximación (14). Bajo estas hipótesis, las cargas generalizadas

se reducen a la siguiente expresión:

$$\begin{cases} \bar{Q}_X = -3LqC_L [\varepsilon - 0,25 \varepsilon^2 \text{sen}(3\theta + 3\alpha)], \\ \bar{Q}_Y = -3LqC_L [0,25 \varepsilon^2 \text{cos}(3\theta + 3\alpha)], \\ \bar{Q}_\alpha = 3LqC_M (1 + 0,5 \varepsilon^2), \\ \bar{Q}_\theta = 3LqC_M (1 + 0,5 \varepsilon^2) - M_c \end{cases} \quad (15)$$

donde se manifiesta la incidencia de la variación en altura a través del parámetro ε . Se observa una excitación alterna axial (\bar{Q}_Y) en la torre cuya frecuencia es el triple de la frecuencia de rotación del rotor [$\text{cos}(3\theta + 3\alpha)$] y una carga armónica superpuesta a una componente constante que flexiona la torre transversalmente respecto a la dirección del viento (\bar{Q}_X).

3.6 Ecuaciones de movimiento

Introduciendo las expresiones de las energías cinéticas de las ecuaciones (2), la energía potencial de las ecuaciones (5) y (6) y las expresiones de las cargas generalizadas (8) dentro de las ecuaciones de Lagrange (1), se obtiene el sistema acoplado de ecuaciones diferenciales de movimiento.

$$\begin{cases} (m+M)\ddot{X} - A(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) - B(\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + K_{11}X + K_{21}Y + K_{13}\alpha = Q_X \\ (m+M)\ddot{Y} + B(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) - A(\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + K_{22}Y + K_{21}X + K_{23}\alpha = Q_Y - g(m+M) \\ -A\ddot{X} + B\ddot{Y} + (I+J)\ddot{\alpha} + I\ddot{\theta} + K_{33}\alpha + K_{13}X + K_{23}Y = Q_\alpha - gB \\ -A\ddot{X} + B\ddot{Y} + I(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) + C\dot{\theta} = Q_\theta - gB \end{cases} \quad (16)$$

donde Q_j son cargas generalizadas dadas por la ecuación (8), C es el factor de amortiguamiento utilizado para modelar el sistema de freno, además se introdujo la notación:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3, & A &= m_1 r_1 \text{sen } \phi_1 + m_2 r_2 \text{sen } \phi_2 + m_3 r_3 \text{sen } \phi_3 \\ m &= m_1 + m_2 + m_3, & B &= m_1 r_1 \text{cos } \phi_1 + m_2 r_2 \text{cos } \phi_2 + m_3 r_3 \text{cos } \phi_3 \end{aligned} \quad (17)$$

El modelo de la ecuación (16) ofrece muchas ventajas prácticas debido a su generalidad, permitiendo simular entre otras efectos el de la (i) ruptura de una de las palas o (ii) diferencias dimensionales entre las palas originadas en el proceso constructivo. No obstante, en lo que resta del presente trabajo se asume que todas las palas tienen la misma envergadura, masa e inercia porque ayuda a reducir las ecuaciones de movimientos, además se usan las cargas simplificadas \bar{Q}_j dadas en la ecuación (15).

$$\begin{cases} (m+M)\ddot{X} + K_{11}X + K_{21}Y + K_{31}\alpha = C_L L [-3\varepsilon + 0,75 \varepsilon^2 \text{sen}(3\theta + 3\alpha)] \\ (m+M)\ddot{Y} + K_{22}Y + K_{21}X + K_{32}\alpha = C_L L [-0,75 \varepsilon^2 \text{cos}(3\theta + 3\alpha)] - g(m+M) \\ (I+J)\ddot{\alpha} + I\ddot{\theta} + K_{33}\alpha + K_{13}X + K_{32}Y = C_M L (3 + 1,5 \varepsilon^2) \\ I(\ddot{\theta} + \ddot{\alpha}) + C\dot{\theta} = C_M L (3 + 1,5 \varepsilon^2) - M_c \end{cases} \quad (18)$$

En (18) se observa que las cargas aerodinámicas dependientes de la posición de las palas, introducen en la ecuación de movimiento los términos no-lineales $\text{sen}(3\theta + 3\alpha)$ y $\text{cos}(3\theta + 3\alpha)$.

3.7 Simplificación del modelo: uso de restricciones no-holonómicas

Como el objetivo de este trabajo es focalizar el estudio en el efecto de las no-linealidades introducidas por las cargas aerodinámicas se pueden simplificar los cálculos reduciendo el modelo de 4 grados de libertad (X , Y , θ y α) a otro de 2 grados de libertad (X , α) sin cometer errores importantes según se explica a continuación.

A los fines de acelerar el proceso de integración se puede restringir el grado de libertad Y , debido a que las oscilaciones axiales de la torre son de alta frecuencia comparadas con las oscilaciones de los restantes grados de libertad originadas en la flexión. Además, debido a la particular configuración de la matriz de rigidez del sistema estudiado, el grado de libertad vertical no está acoplado estructuralmente a los demás grados de libertad. Por lo tanto se puede imponer una restricción de desplazamiento nulo de naturaleza no-holonómica.

$$\forall t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad Y(t) = 0, \quad \dot{Y}(t) = 0, \quad \ddot{Y}(t) = 0 \quad (19)$$

Además, a los fines de tener un mejor control sobre la velocidad de rotaciones de las palas ($\dot{\theta}$) para simular estados de cargas particulares, se puede imponer al grado de libertad θ las restricciones de naturaleza no-holonómica expresadas en la ecuación (20).

$$\theta(t) = f(t) = \text{Prescripto} \quad \dot{\theta}(t) = \dot{f}(t) \quad \ddot{\theta}(t) = \ddot{f}(t) \quad \forall t \geq 0 \quad (20)$$

Utilizando la técnica de los multiplicadores de Lagrange para imponer las restricciones de las ecuaciones (19) y (20) sobre las ecuaciones de movimiento (18) se llega finalmente a las ecuaciones de movimiento (21) correspondientes a un modelo de 2 grados de libertad (X , α).

$$\begin{cases} (m + M) \ddot{X} + K_{11} X + K_{13} \alpha = C_L L [-3\varepsilon + 0,75 \varepsilon^2 \text{sen}(3f + 3\alpha)] \\ (I + J) \ddot{\alpha} + K_{33} \alpha + K_{13} X = C_M L (3 + 1,5 \varepsilon^2) - \ddot{f} I \end{cases} \quad (21)$$

Aplicando multiplicadores de Lagrange se llega a las ecuaciones (22) que expresan las fuerzas generadas sobre los grados de libertad Y y θ debido a las restricciones impuestas.

$$\begin{aligned} \lambda_Y &= -K_{21} X - K_{23} \alpha - C_L L [3\varepsilon - 0,75 \varepsilon^2 \text{sen}(3f + 3\alpha)] - g(m + M) \\ \lambda_\theta &= -(\ddot{\alpha} + \ddot{f}) I - C \dot{f} + C_M L (3 + 1,5 \varepsilon^2) - M_c \end{aligned} \quad (22)$$

Observando las ecuaciones de movimiento resultantes (21) se puede concluir que la no-linealidad es introducida por el término $\text{sen}(3\theta + 3\alpha)$ en la ecuación de movimiento correspondiente al grado de libertad X que por medio de la matriz de rigidez condensada de la torre se acopla al grado de libertad α .

4 SIMULACIONES

4.1 Datos

Como caso de estudio se simula el comportamiento de un generador eólico montado en el predio de la Universidad Nacional de Río Cuarto, Argentina, mostrado en la Figura 5. El sistema de control introducido por la cola del generador que se observa en las fotos no fue considerado en las simulaciones. La torre es una estructura reticular de 20 m de altura arriostrada en dos niveles con 4 cables en cada nivel, posicionados a 90 grados uno de otro.

Los datos adicionales de esta estructura y las condiciones de funcionamiento consideradas durante las simulaciones se detallan en las Tablas 1, 2, 3 y 4.



Figura 5: Generador-eólico montado en el predio de la Universidad Nacional de Río Cuarto.

Momento de Inercia de la barquilla (J)	3,01 kg m ²
Masa de la barquilla (M)	151 kg

Tabla 1 Datos estimados de la barquilla

Altura de la torre (H)	20 m
Rigidez de la torre K_{11}	$8,97 \times 10^5$ N/m
Rigidez de la torre K_{22}	$3,49 \times 10^7$ N/m
Rigidez de la torre K_{33}	$-2,64 \times 10^4$ N-m/rad
Rigidez de la torre K_{12} (igual a K_{21})	0
Rigidez de la torre K_{23} (igual a K_{32})	0
Rigidez de la torre K_{13} (igual a K_{31})	$1,322 \times 10^9$ N/rad

Tabla 2: Datos estimados de la torre

Longitud de las palas (L)	3 m
Masa de las tres palas ($m = m_1 + m_2 + m_3$)	17,64 kg
Inercia rotacional de las 3 palas (I)	13,52 kg m ²
Cuerda de las palas (c)	0,2 m

Tabla 3: Datos estimados del rotor

Velocidad del viento a la altura del rotor (V_H)	10 m/s
Densidad del aire (ρ)	1,225 Kg /m ³
Pendiente de la tangente del perfil del viento (ε)	0,03
Momento de control M_c	0 N m
Amortiguamiento electromagnético C	0 N m s ²

Tabla 4: Condiciones de funcionamiento

4.2 Valores calculados

Ecuación (9) $q = 0,5 \times 1,225 \times 0,2 \times 10^2 = 12,25 \text{ N/m}$

Ecuaciones (7) y (9) $\rightarrow C_{L1} = \int_0^1 C_\ell d\eta = 0,147 \quad C_M = \int_0^1 \eta C_\ell d\eta = 0,0797$

4.3 Frecuencias naturales del sistema linealizado

El sistema de ecuaciones de movimiento (18) es lineal (las no linealidades son introducidas por las cargas aerodinámicas). Con los datos del generador eólico de la Universidad Nacional de Río Cuarto presentados en las Tablas 1 hasta 4, se calcularon las frecuencias naturales del sistema:

$$\omega_1 = 46,72 \text{ rad/seg} \quad \omega_2 = 554,29 \text{ rad/seg} \quad (23)$$

4.4 Simulaciones con el modelo de 4 grados de libertad

Los resultados de las simulaciones expuestos en esta sección fueron obtenidas resolviendo numéricamente el sistema de ecuaciones de movimiento (18) asumiendo que tanto el momento de control M_c como el amortiguamiento electromagnético C son nulos.

En la Figura 6 se muestra el comportamiento de los 4 GDL en función del tiempo. En los grados de libertad X y α , acoplados por medio de la matriz de rigidez, luego de los 6 a 8 seg de comenzado el arranque del aerogenerador se observa una variación en la magnitud. Este efecto se produce cuando la velocidad angular de las palas $\dot{\theta}$ coincide con $1/3$ de la primera frecuencia natural del sistema ($\dot{\theta} = \omega_1/3 = 15,57 \text{ rad/seg}$). Además se observa que dicha variación en magnitud de los grados de libertad X y α , es altamente dependiente del signo y magnitud de la aceleración angular del rotor, $\ddot{\theta}$. Por este motivo y a los fines de tener un mayor control sobre el grado de libertad θ se impusieron a las ecuaciones de movimiento (18) restricciones de naturaleza no-holónómica reduciendo el sistema de ecuaciones al expresado en la ecuación (21).

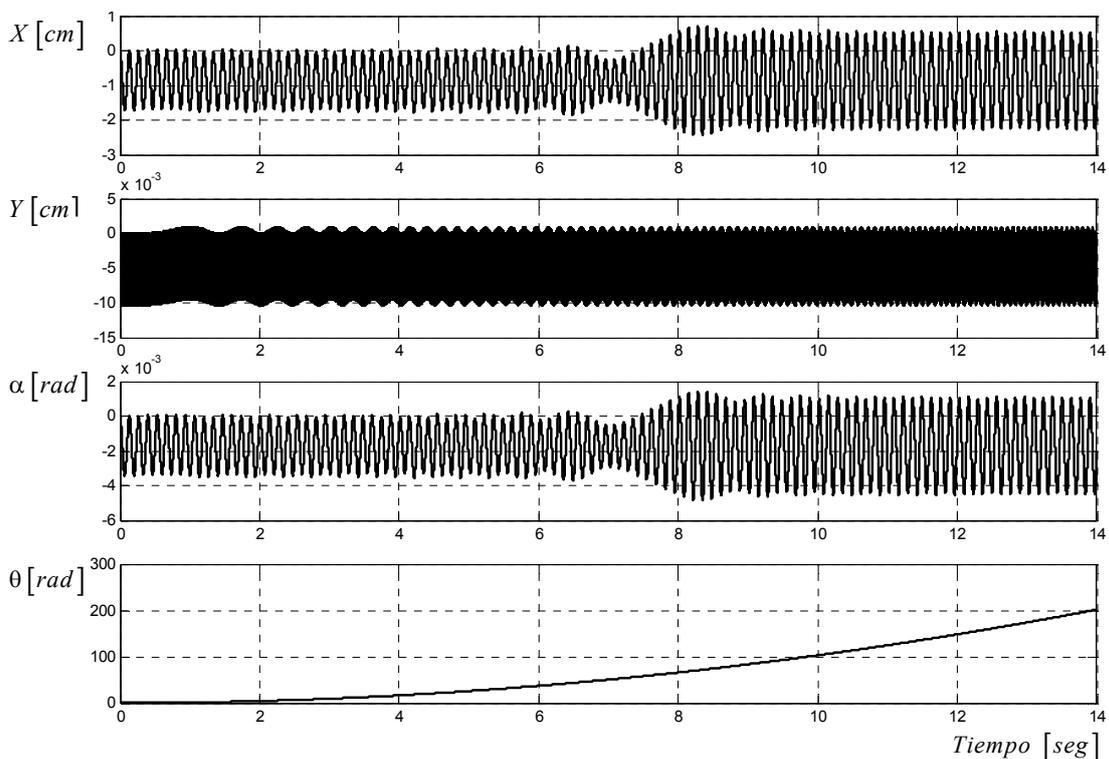


Figura 6: Resultados de la simulación numérica con el modelo de 4GDL de la Ecuación (18).

Por otro lado, debido a la configuración de la matriz de rigidez, el grado de libertad Y esta desacoplado de los demás grados de libertad. Se observa que la oscilación de este grado de libertad es de alta frecuencia comparada con las oscilaciones de los restantes grados de libertad. Esta diferencia en frecuencia genera que los intervalos de tiempo para la integración sean muy pequeños para poder captar las variaciones del grado de libertad Y . En contrapartida se necesita integrar sobre una ventana muy grande de tiempo a los fines de captar el comportamiento de los restantes grados de libertad, la combinación de estos dos factores conlleva a incrementar el número de puntos de integración con el consiguiente aumento en el tiempo de cálculo. Por lo expuesto y a los fines de mejorar el tiempo computacional de cada simulación, se impusieron sobre el grado de libertad Y restricciones de origen no-holonómicas reduciendo las ecuaciones de movimiento a las expuestas en la ecuación (21).

4.5 Simulaciones con el modelo simplificado de 2 grados de libertad

A los fines de acelerar el proceso de cálculo y tener un mayor control sobre el grado de libertad θ , que demostró tener una gran implicancia sobre los efectos no-lineales, se realizaron simulaciones con el sistema de ecuaciones (21), bajo condiciones de arranque y frenado del aerogenerador. Para tal fin se asume que la velocidad angular de las palas, θ y sus derivadas están dadas por la funciones que se muestran en la Figura 7. La velocidad angular de las palas aumenta en forma parabólica hasta llegar a su máximo a los 80 seg, pasando por el valor de 15,57 rad/seg el cual coincide con 1/3 de la primera frecuencia natural del sistema. Luego que llega a su máxima velocidad angular, la aceleración angular cambia de signo y comienza a frenar el rotor. La velocidad angular del rotor comienza a disminuir hasta llegar a 0 pasando nuevamente por el punto de los 15,57 rad/seg esta vez con aceleración negativa.

La variación del grado de libertad X en función del tiempo expuesto en la Figura 8a muestra que la amplitud de las oscilaciones se incrementa cuando llega a un valor cercano a los 20 seg, coincidente con el valor de la velocidad angular de rotación de 15,57 rad/seg expuesto en la Figura 7. Otro cambio en amplitud es observado en un valor cercano a los 140 seg nuevamente coincide con el valor 15,57 rad/seg de la velocidad angular expuesto en la Figura 7, esta vez durante la etapa de desaceleración del rotor.

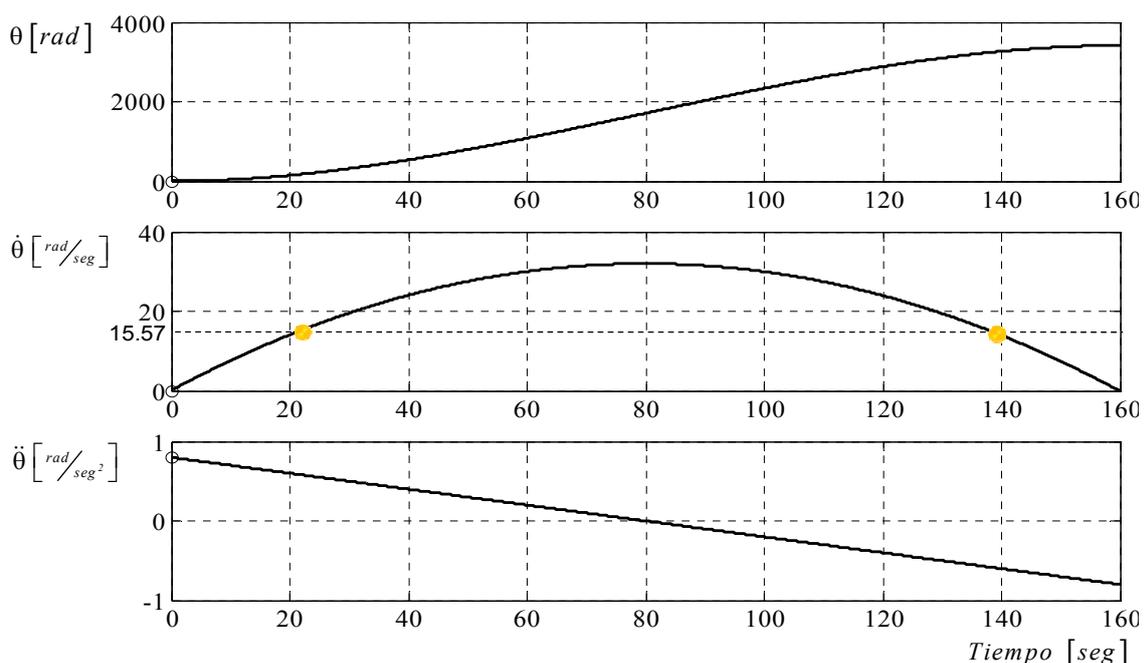


Figura 7: Variación del grado de libertad θ y de sus derivadas.

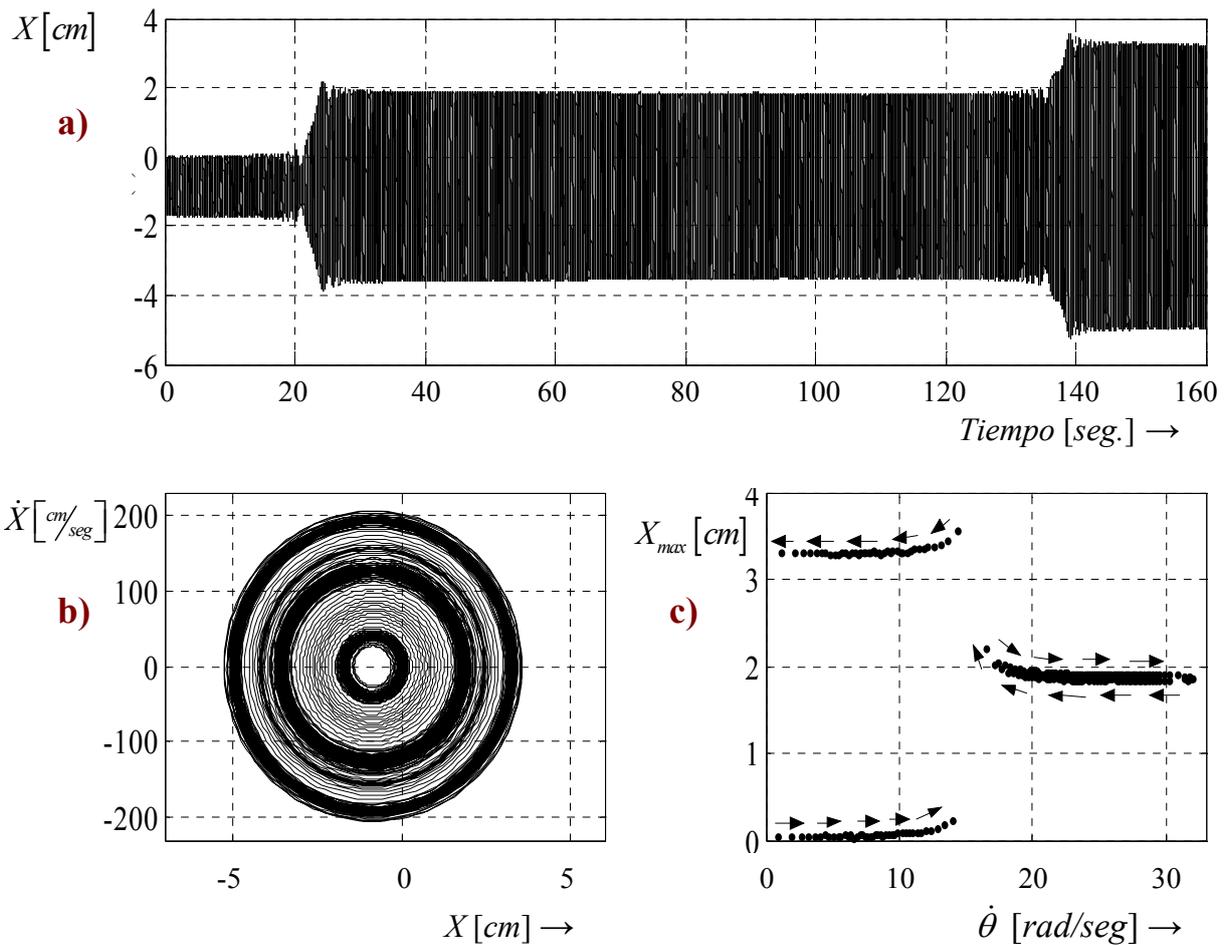


Figura 8: (a) Grado de libertad X en función del tiempo, (b) diagrama de fase del grado de libertad X y (c) amplitudes máximas en función de la velocidad angular del rotor.

Otra forma de visualizar y analizar los resultados de la Figura 8a se presentan en las Figuras 8b y 8c. La Figura 8c muestra la trayectoria de las amplitudes máximas de X en función de la velocidad angular de rotación. Las flechas del gráfico describen la dirección de la trayectoria desde el reposo acelerando hasta la máxima velocidad y luego la desaceleración hasta llegar nuevamente a la posición inicial. Como se puede observar a los 15,57 rad/seg se produce una amplificación en la amplitud durante la etapa de aceleración. Luego de llegar a la velocidad angular máxima de 32 rad/seg comienza la etapa de desaceleración. Lo esperado en un sistema lineal es que el movimiento sea perfectamente simétrico en este punto de máxima y la amplitud siga la misma trayectoria en sentido inverso. Sin embargo esto no ocurre, cuando la velocidad angular llega nuevamente a los 15,57 rad/seg la amplitud se vuelve a incrementar.

El comportamiento del grado de libertad α no fue incluido en este análisis ya que se observó que tiene el mismo comportamiento que el grado de libertad X y su magnitud está dentro de valores prácticamente aceptables no aportando ninguna información adicional.

Para analizar en detalle la fuente de la bifurcación y los factores intervinientes se realizaron dos simulaciones utilizando dos pendientes distintas de la recta de aceleración. La Figura 9 corresponde a una simulación con la pendiente de aceleración pequeña donde se observa que la amplitud de las oscilaciones no bifurca, la trayectoria de aceleración y desaceleración son las mismas. Sin embargo sigue estando presente el aumento de amplitud a los 15,57 rad/seg.

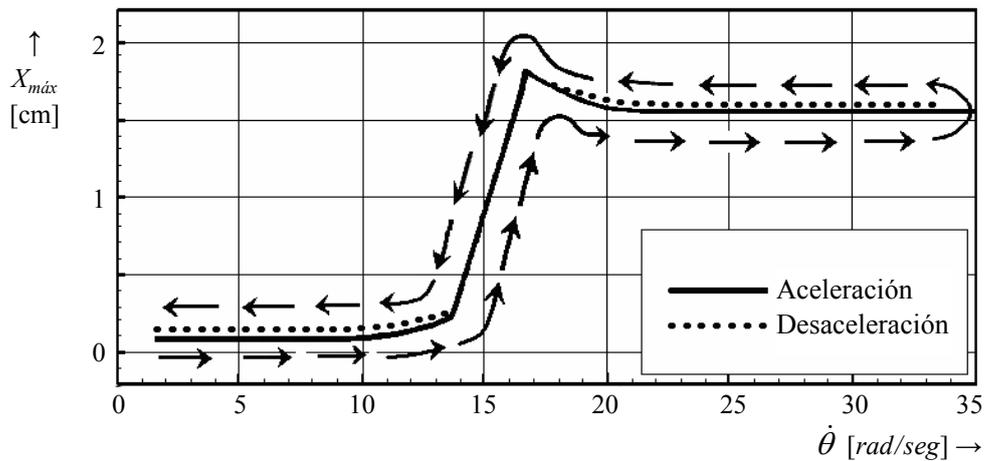


Figura 9: Amplitud de X vs. $\dot{\theta}$ para bajos incrementos de $\dot{\theta}$.

La Figura 10 corresponde a una simulación donde la pendiente de la aceleración es mayor que la del caso anterior. Aquí se observa una bifurcación a los 15,57 rad/seg cuya amplitud depende si el sistema está se esta aceleración o desaceleración.

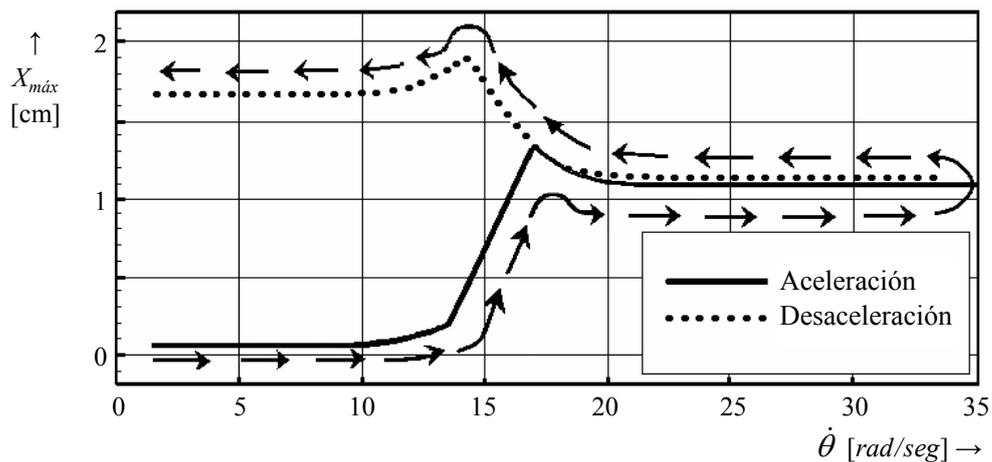


Figura 10: Amplitud de X vs. $\dot{\theta}$ para altos incrementos de $\dot{\theta}$.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo se presentaron y analizaron resultados obtenidos con una herramienta computacional desarrollada para predecir, en el dominio del tiempo, el comportamiento dinámico no-lineal de turbinas eólicas de eje horizontal sometidas a la acción de cargas aerodinámicas.

Los resultados obtenidos permiten extraer algunas conclusiones que ayudan a comprender el comportamiento no-lineal asociado a rotores, fenómeno de alta complejidad. En primer lugar se observó el efecto no-lineal inducido sobre la estructura por el perfil de velocidades variables en altura debido a la configuración del terreno. El efecto no-lineal asociado genera una bifurcación de la amplitud de la respuesta cuando la velocidad angular de rotación coincide con $1/3$ de la primera frecuencia natural del sistema estructural. La amplitud de la bifurcación es directamente proporcional a la pendiente de la curva de aceleración y desaceleración de la velocidad angular del rotor.

Si bien la herramienta aquí presentada es un buen punto de partida para el estudio del comportamiento no-lineal debido a la variación de la carga aerodinámica a lo largo de una vuelta del rotor generada por la rugosidad del terreno, en trabajos futuros se debería incorporar (i) un

modelo de cargas aerodinámicas que tuviera en cuenta el efecto de la sombra de la torre y la barquilla, (ii) el comportamiento estructural no-lineal de la torre, (iii) los sistemas de control y (iv) las condiciones ambientales altamente complejas que tienen lugar en las zonas donde normalmente se emplazan estos equipos.

Adicionalmente al estudio presentado en este trabajo, la generalidad del modelo permite predecir los esfuerzos y deformaciones sobre la estructura debidas a las cargas desbalanceadas generadas por (i) falta de simetría dimensional entre las palas durante la etapa de fabricación y (ii) la ruptura de uno o dos palas durante el funcionamiento. Características que deberán ser explotadas en trabajos futuros.

REFERENCIAS

- Buchholdt H.A., Moossavinejad S. and Iannuzzi A., *Non-Linear dynamic analysis of guyed masts subject to wind guy ruptures*, Structural Engineering group, Proc. Instn Civ. Engrs, Part 2, 81: 353-395, 1986.
- Garrad A.D. and Quarton D.C., Symbolic computing as a tool in wind turbine dynamic, *Journal of Sound and Vibration*, 109(1):65-78, 1986.
- Gebhardt C., Preidikman S. y Massa J., *Análisis aeroservoelástico de generadores eólicos de gran potencia y eje horizontal: Una nueva metodología*, Segundo Congreso Iberoamericano “Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía”, HYFUSEN 2009, San Juan, Argentina, Junio de 2009a.
- Gebhardt C., Preidikman S., Massa J. y Della Barca A., Interacciones aerodinámicas no-lineales e inestacionarias en turbinas eólicas de eje horizontal y de gran potencia, *Mecánica Computacional*, 28:1489-1505, ISSN 1666-6070, 2009b.
- Gebhardt C., Veluri B., Preidikman S., Jensen H. and Massa J., *Numerical simulations of the aeroelastic behavior of large horizontal-axis wind turbines: The drivetrain case*, XXXI Congreso Ibero-Latino-Americano de Métodos Computacionales en la Ingeniería, CILAMCE 2010, Buenos Aires, 2010.
- González J.A., *Importancia de la energía eólica en el desarrollo*, Portal energético internacional, Octubre, 2005.
- Gupta K.K., Formulation of numerical procedures for dynamic analysis of spinning structures, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 23(10):2347-2357, 1986.
- IMPISA WIND, *Tecnología nacional en energías renovables a gran escala*, Industrias Metalúrgicas Pescarmona S.A.I.C. & F., Mendoza, Argentina, 1998.
- McCaffrey R.J. and Hartmann A.J., Dynamic of guyed towers, *Journal of the Structural División*, 98(ST6):1309-1323, 1972.
- Muract J., Jeandrevín G., y Preidikman S. *Simulaciones numéricas del comportamiento dinámico no-lineal de un generador eólico*, XII Congreso Sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones, ENIEF 2001, Córdoba, Argentina, 2001.
- Peil U., Nölle H. and Wang Z.H., Non-Linear dynamic behavior of guys and guyed masts under turbulent wind load, *Journal of the international association for shell and spatial structures*, IASS, Proc. 37(121):77-88, 1996.
- Preidikman S. and Mook D.T., Time-domain simulations of linear and nonlinear aeroelastic behavior. *Journal of Vibration and Control*, 6(8):1135-1175, 2000.
- Preidikman, S., Gebhardt, C., Brewer, A. and Rocca, B., “Aeroservoelastic analysis of large horizontal-axis wind turbines: A new methodology”, 11th Pan American Congress of Applied Mechanics, PACAM XI, Foz do Iguaçu, Paraná – Brazil, January 4-8 – 2010.
- Wilson R.E., Wind-Turbine Aerodynamics, *Journal of Industrial Aerodynamics*, 5:357-372, 1980.